



TITLE:

時間領域に制限をもつ多値伝送符号 (多値論理およびその応用 II)

AUTHOR(S):

平山, 博; 富永, 英義

CITATION:

平山, 博 ...[et al]. 時間領域に制限をもつ多値伝送符号 (多値論理およびその応用 II). 数理解析研究所講究録 1972, 140: 353-378

ISSUE DATE:

1972-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/106665>

RIGHT:

時間領域に制限をもつ 2 値伝送符号

早 山 博 富 永 英 義

早稲田大学 理工学部

1. まえがき

情報化社会の発展に伴ないデジタル情報の伝送量が増大し、伝送路の有効な利用方法について多く語られている。⁽¹⁾特に既存の伝送路により多くの伝送容量をもたせるには符号形式が問題となる。ある符号形式をシステムに導入するためには考慮しなければならないことがらの内、主なものはい次のようなものがある。⁽²⁾

- (a) ゼット同期情報の抽出が容易であること。
- (b) 直流成分特性の影響を受けにくいこと。
- (c) フレーム同期情報の抽出が容易なこと。
- (d) 所要伝送帯域幅の小なること。
- (e) 情報源との整合のとれた符号形式であること。等。

これらの条件考慮した代表的なものには擬3進符号がある。擬3進符号には、複流 RZ 符号、差動 2 進 3 値符号、PST 符号、Bipolar, Clocked, 擬3進平衡符号、3 進準平衡符号等

がある。これらは伝達レベルに $+1$, 0 , -1 , の3つのレベルを用い、その異なる進符号のようでありながら、実は単一符号素子で伝送する時間 T で1ビットの情報しか伝送しないものである。3進符号であれば時間 NT で表現できる符号の数は 3^N 通りあるが、伝送符号として好ましい条件 (上記 a ~ e) をもつ波形だけを利用しないようにし、使用する符号のノールを表現するのに適当な規則をあてはめたものと考えられる。

しかし、同軸 PCM などのように、線路間の漏話や回線自体の雑音が比較的小さい場合には多レベルを選択伝送することが容易となり m 進 n レベル符号が用いられる。 ($m \geq 2$, $n \geq 2$) 一般に情報処理装置におけるレジスタは2進数表現であるため、情報処理装置間を伝送する符号が多進の場合、相互の変換しやすい符号を用いる場合が多い。すなわち、3進や5進の符号の伝送が可能であっても、2進との変換の容易さを取り、これを2進や4進の符号として使い、冗長性を伝送系で考慮されなければならぬフリップターに割りあてることが多い。これ等の符号はいずれも単位時間 T における波形素子と m 進数との対応関係が定義される。

本論文では m 通りのレベルをとりうる波形素子一個は時間 T を占有するか選択する波形素子との時間距離は $(1/n)T$ ($n=0, 1, 2, \dots$; $n \leq 1$) となるような符号において表現し

うる情報量と、2進数との対応関係について論ずる。このような符号は時間領域に多値の性質をもちこんだものと考えられる。

2. 符号間隔とゼット汗流

振幅1, 幅 $T/2$ の矩形波を、総伝達関数 $W(s)$ が

$$W(s) = \frac{k}{\left(1 + \frac{2\pi f_L}{s}\right)^{m'} \left(1 + \frac{s}{2\pi f_H}\right)^{n'}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

なる伝達系に加えたときの応答波形を識別系における等化パルスとすれば図1, および図2, のように一例を示される。 図1
図2
ここで k は定数で等化パルス振幅1になるように選ぶ, また f_L, f_H はそれぞれ低域および高域の遮断周波数, m', n' はそれぞれの次数であり、等化パルスの占有率を定める。

さて、等化パルスが光頭値をとる時刻 t_m を識別時刻とし、時刻 t に対する振幅を $r(t)$ とすれば、図1に示すごとく時刻 t_m より $(1 + \eta/\nu)T$ 経過した時刻におけるタイムスロットの振幅は $r\{t_m + (1 + \eta/\nu)T\}$ (注: 図1では $\nu=2$)と表現できる。

符号列 $\{X_k\}$ ($-\infty < k < \infty$)において、符号 X_0 から k 個手前のパルスと $k-1$ 個手前のパルスとの時間間隔を
 $(1 + \eta_k/\nu)T$ ($\nu \geq 1, \eta_k = 0, 1, 2, \dots, k = 1, 2, \dots$)

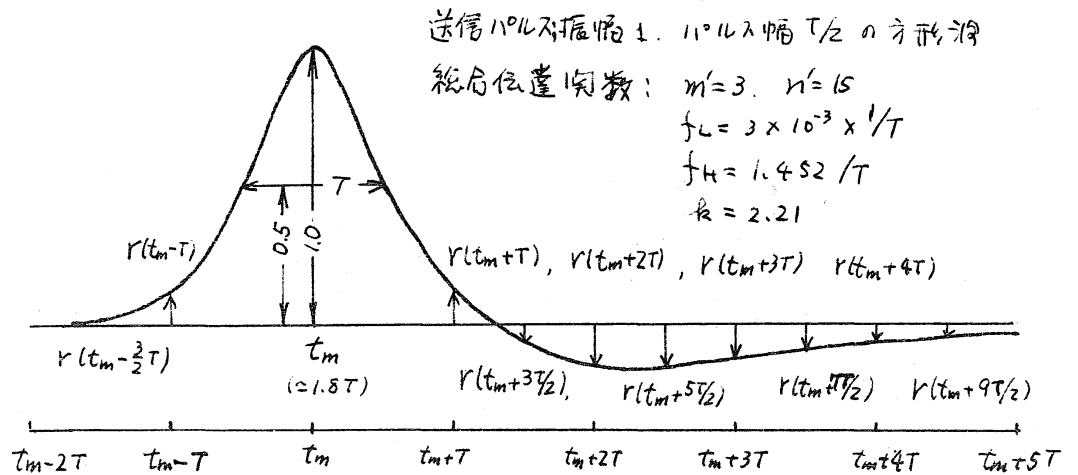


図 1. 等化パルスの包絡 (文献 3 より)

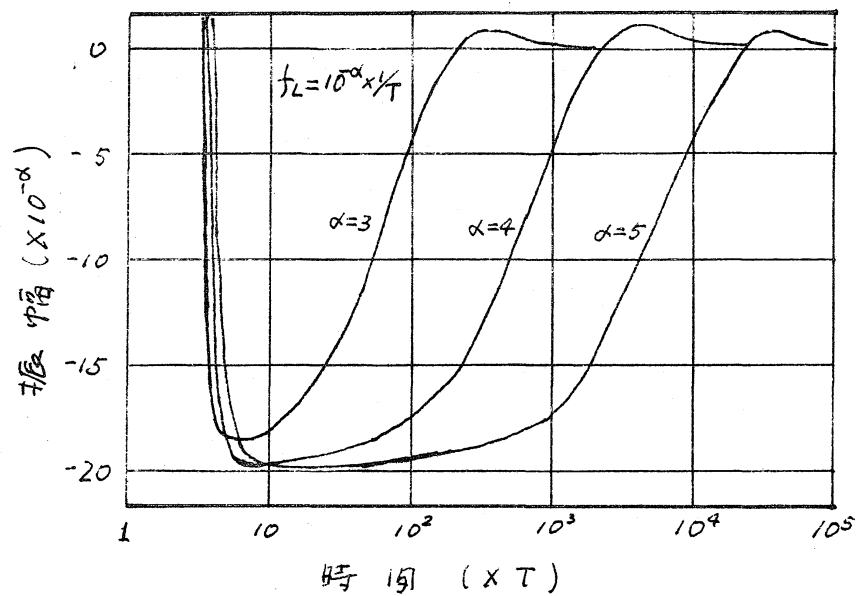


図 2. 等化パルスの残留定数 (文献 3 より)

とする。すなわち符号の時間間隔の列を書くと

$$\dots, (1 + n_{k+1}/\nu)T, (1 + n_k/\nu)T, \dots, (1 + n_1/\nu)T, (1 + n_0/\nu)T, (1 + n_{-1}/\nu)T, \dots$$

となる。\$X_0\$から\$k\$個手前のパルスによって\$X_0\$の位に現われる符号間干渉を\$X_{-k}C_k\$とおけば

$$X_{-k}C_k = X_{-k} \nu \left\{ t_m + \sum_{k'=1}^k (1 + n_{k'}/\nu)T \right\}$$

となる。

また、\$X_0\$から\$k\$個後の等化パルスの立ち上り部分で\$X_0\$の位に現われる符号間干渉を\$X_kC_{-k}\$とおけば、

$$X_kC_{-k} = X_k \nu \left\{ t_m - \sum_{k'=1}^k (1 + n_{k'}/\nu)T \right\}$$

となる。

図1. および図2の例では \$t_m = 1.8T\$ であるから \$X_0\$の直後の符号 \$X_1\$ が時間 \$TE\$ にはある場合を考慮すればよい。

\$m' \leq 3\$, \$f_L = 10^3/T\$ が成立する場合には図1および図2

から \$|C_{-1}|, |C_1| \gg |C_2| > |C_3| \dots > |C_k| >\$

が成立し、また図2から残留応答がほとんどゼロに収束するの
に少くとも \$10^{-2} \times T\$ 以上の時間を要する。

このことは符号間隔が\$T\$の整数倍の等長符号において問題
となる符号間干渉と、本論文で述べる符号間隔が \$(1 + m/\nu)T\$
である符号における符号間干渉とは同様の条件で検討できる。
すなわち同一の伝送帯域において等長符号に比し多くの情報

量を伝達できることを示す。

3. 2レベル符号における時間領域の多値化

2レベル符号の代表的なものは NRZ と NRZI の符号である。

その波形を基として論理演算して誘導した波形や信号の微分操作して誘導した波形は他の伝送符号系に対応させることができる。⁽²⁾ 今図3に示すように同一の波形を NRZ の定義に従い^{図3} 解読した情報列を $\{A_n\}$ とし, NRZI の定義に従って解読した情報列を $\{A_n'\}$ とすれば

$$A_n' = A_n \cdot \overline{A_{n-1}} + \overline{A_n} \cdot A_{n-1}$$

$$\text{または} \quad A_n = \overline{A_n'} \cdot A_{n-1} + \overline{A_n} \cdot A_{n-1}'$$

なる関係がある。このような関係がある時、情報列 $\{A_n'\}$ は情報列 $\{A_n\}$ の微分情報と言う。また情報列 $\{A_n'\}$ が与えられた時情報列 $\{A_n\}$ を求める操作を積分操作とよい。

$$A_n = \sum_{i=0}^n A_i' + C_0 \quad (\text{mod } 2)$$

で求まる。 C_0 は初期値である。

すなわち符号において波形と情報との対応関係を論ずる時 NRZ タイプと NRZI タイプがあるが、それ等を個別に考える必要はない。そこで図4に示すように信号のレベル変化(または110ル入)の存在する時刻からTの間を文字Pをおき、他の区間をT/2間隔に文字Qを割りあてるような符号を考えよ^{図4}

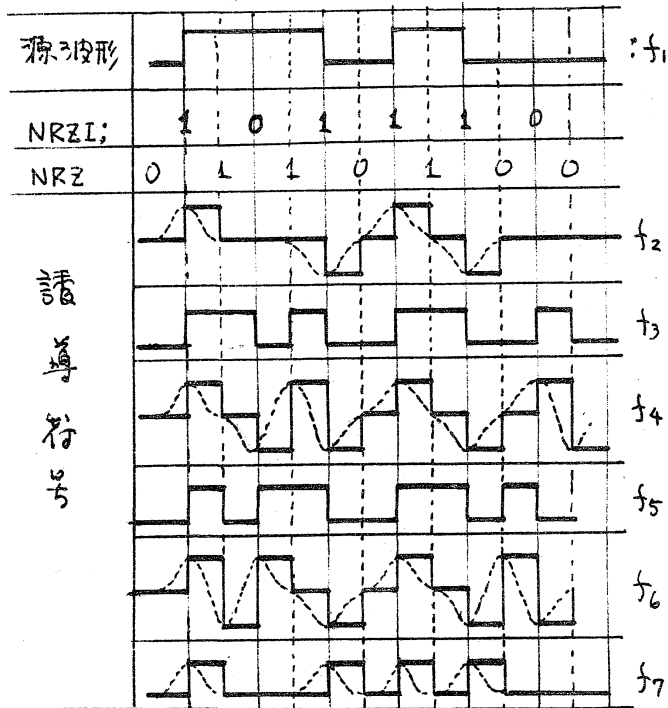
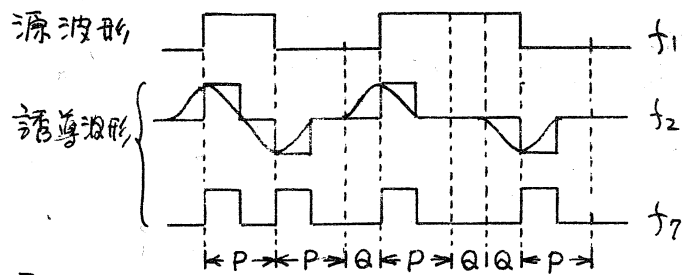


図3. 2レベル符号とその誘導符号

図4. レベル反転(ハルス)間隔を $(1 + \eta/\rho)T$

にしたときのシンボル P, Q との対応例 ($V=2$ の時)

う。符号の波形を略記するときは図4に示す記法にしたがり
文字-P1E1tを記入することにする。

3.1 波形と重み関数

1ブロックの伝送符号に対し時間 T/L ($L > 1$) 間隔にタイムスロットがあり末尾から順にタイムスロットの時刻に番号 $0, 1, 2, \dots, k, \dots, LN$ をつける。番号 k の位置にパルス (またはレベル反転) があれば自然数 u_k を対応づける。その時1ブロックで表現できる情報 B は

$$B = \sum_{k=0}^{LN} \pi_k u_k$$

と表わせる。ここで π_k は k 番目の位置にパルス (またはレベル反転) があれば 1, なければ 0 である。このように u_k を符号における重み関数と言う。そこで重み関数 u_k は次のように定める。すなわち、タイムスロット番号 k と、0 に対応する時間長で表現できるすべての符号を数えた時、その数を u_k にとする。つまり当該区間で表わせる符号にそれぞれ 0, 1, 2, ... と番号をつけるとその番号の最大値は $u_k - 1$ となる。

$L=1$ の時、この手法で u_k を求めれば $u_k = 2^k$ となる。

3.2 重み関数のフローグラフと符号の定義

$L=2$ の時 $\{u_k\}$ はフィボナッチ数列となり、情報の順に配列した符号の例を示すと図5となる。フィボナッチ数列の性質はこの符号の性質と密接な関係がある。(詳細は文献1)

同様に ($\nu = 3, 4, 5, \dots$) のそれぞれについて新しい符号が

考えられる。重み関数 u_k は一般に次の関係がある。

$$\begin{cases} u_k = u_{k-1} + u_{k-\nu} & : k \geq \nu \\ u_k = 1 & : 0 \leq k < \nu \end{cases}$$

u_k の一般項は代数方程式

$$x^\nu = x + 1$$

の根 (複素数を含む) を t_1, t_2, \dots, t_ν とすれば

$$u_k = \sum_{l=1}^{\nu} S_l t_l^k$$

となる。ここで S_1, S_2, \dots, S_ν は初期値 $u_k = 1$ ($0 \leq k \leq \nu$)

および $u_k = 2$, を満足するように定めた定数である。

$\nu = 2$ の時は

$$u_k = (\alpha^k - \beta^k) / \sqrt{5}$$

となる。ここで α, β は

$$\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \quad \beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \quad (x^2 = x + 1 \text{ の根})$$

である。

このことより図6に示すように u_k を節とするフローグラフを図6. 描くことができる。

次に、 ν が整数でない時にも同じように符号が誘導できる。

すなわち

$$\nu = \nu_1 / \nu_2 \quad (\nu_1 \geq 1, \text{ 既約分数})$$

とおけば、

$$\begin{cases} u_k = u_{k-\nu_2} + u_{k-\nu_1} & : k \geq \nu_1 \\ u_k = 1 & : 0 \leq k < \nu_1 \end{cases}$$

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	情報
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	2
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	3
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	4
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	5
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	6
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	7
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	8
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	9
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	10
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	11
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	12
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	13
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	14
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	15
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	16
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	17
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	18
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	19
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	20
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	21
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	22
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	23
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	24
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	25
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	26
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	27
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	28
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	29
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	30
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	31
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	32
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	33
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	34
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	35
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	36
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	37
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	38
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	39
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	40
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	41
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	42
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	43
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	44
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	45
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	46
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	47
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	48
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	49
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	50
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	51
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	52
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	53
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	54
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	55
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	56
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	57
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	58
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	59
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	60
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	61
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	62
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	63
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	64
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	65
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	66
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	67
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	68
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	69
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	70
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	71
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	72
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	73
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	74
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	75
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	76
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	77
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	78
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	79
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	80
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	81
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	82
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	83
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	84
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	85
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	86
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	87
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	88

図5 フィボナッチ符号の配列順と情報部と符号部

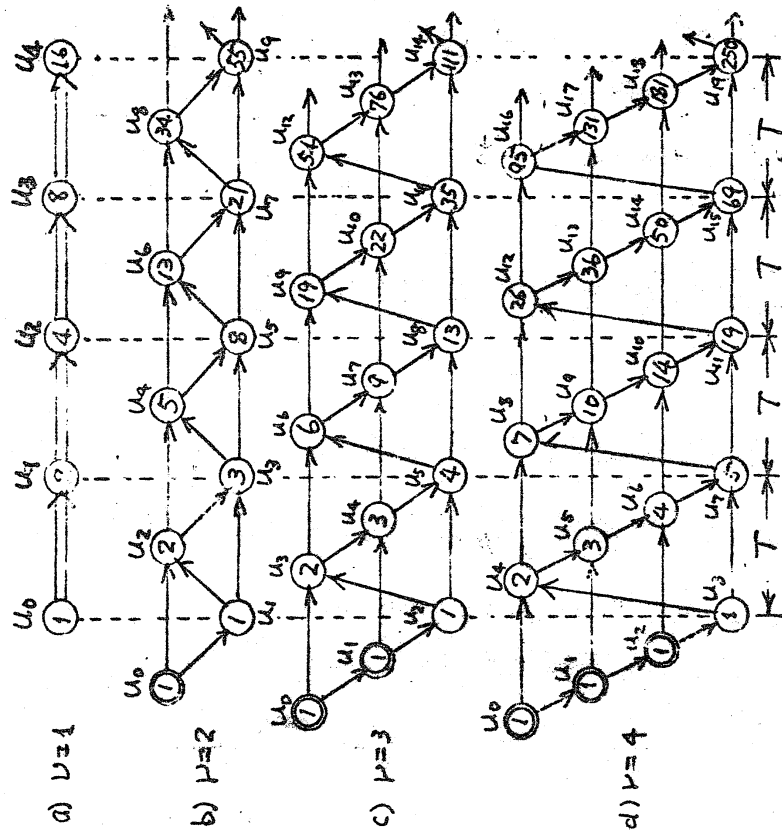


図6 $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$ なる関係をもつ重み列 u_i

のグラフ

121109876543210-1-23 +++++-----	重み関数	重み値	情報(10進)
+++++P-	U_0	0	0
+++++P+	U_2	1	1
+++++P-	U_4	2	2
+++++P-	U_6	3	3
+++++P+P+P-	$U_6+U_3+U_0$	$3+1+0$	4
+++++P+	U_8	5	5
+++++P+P+P-	$U_8+U_3+U_0$	$5+1+0$	6
+++++P+P+P-	$U_8+U_5+U_0$	$5+2+0$	7
+++++P+P+P+	$U_8+U_5+U_2$	$5+2+1$	8
+++++P+	U_{10}	9	9
+++++P+P+P-	$U_{10}+U_3+U_0$	$9+1+0$	10
+++++P+P+P-	$U_{10}+U_5+U_0$	$9+2+0$	11
+++++P+P+P+	$U_{10}+U_5+U_2$	$9+2+1$	12
+++++P+P+P+	$U_{10}+U_7+U_0$	$9+4+0$	13
+++++P+P+P+	$U_{10}+U_7+U_2$	$9+4+1$	14
+++++P+P+P+	$U_{10}+U_7+U_4$	$9+4+2$	15
+++++P+	U_{12}	16	(0) 16
+++++P+P+P-	$U_{12}+U_3+U_0$	$16+1+0$	(1) 17
+++++P+P+P-	$U_{12}+U_5+U_0$	$16+2+0$	(2) 18
+++++P+P+P+	$U_{12}+U_5+U_2$	$16+2+1$	(3) 19
+++++P+P+P-	$U_{12}+U_7+U_0$	$16+4+0$	(4) 20
+++++P+P+P+	$U_{12}+U_7+U_2$	$16+4+1$	(5) 21
+++++P+P+P+	$U_{12}+U_7+U_4$	$16+4+2$	(6) 22
+++++P+P+P+	$U_{12}+U_9+U_0$	$16+7+0$	(7) 23
+++++P+P+P+	$U_{12}+U_9+U_2$	$16+7+1$	(8) 24
+++++P+P+P+	$U_{12}+U_9+U_4$	$16+7+2$	(9) 25
+++++P+P+P+	$U_{12}+U_9+U_6$	$16+7+3$	(10) 26
+++++P+P+P+	$U_{12}+U_9+U_6+U_3$	$16+7+3+1+0$	27

図7 $\nu=3/2$ の符号のパターンの配列順序と情報との対応

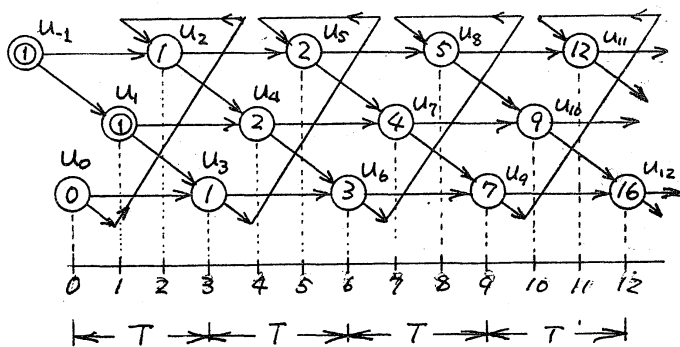


図8 $\nu=3/2$ のときの重み関数 U_n の70-937

$$U_n = U_{n-2} + U_{n-3}$$

となる。ここで注意を要するのはタイムスロットの時間間隔を T/V_1 間隔にとることである。 $V=3/2$ の時の符号の例を 図 7 にまた重み関数 u_k のフローグラフを 図 8 に示す。

図 7
図 8

3.3 多種数の時間間隔の組合せによって得られる符号

DM と TM によって得られる符号は、パルス(レベル反転)の間隔が $T, 3T/2, 2T$ の 3 種類によって表現される二進符号である。今、このパルス(レベル反転)間隔に対し各々 P_2, P_3, P_4 の文字を対応させて考える。区間 NT を DM と TM の定義にこだわらずに、 P_2, P_3 および P_4 によってすきまなく配列することによって誘導される符号を考えよう。当然 DM と TM の定義にあてはまらない符号の波形を含むから情報量は多くなる。さて得られるすべての符号をつぎの法則で順序をつけ、その順位につけた番号を情報に対応させる。

(1) P_2 は P_3 に、 P_3 は P_4 にそれぞれ優先して、上位の位から順にあく。

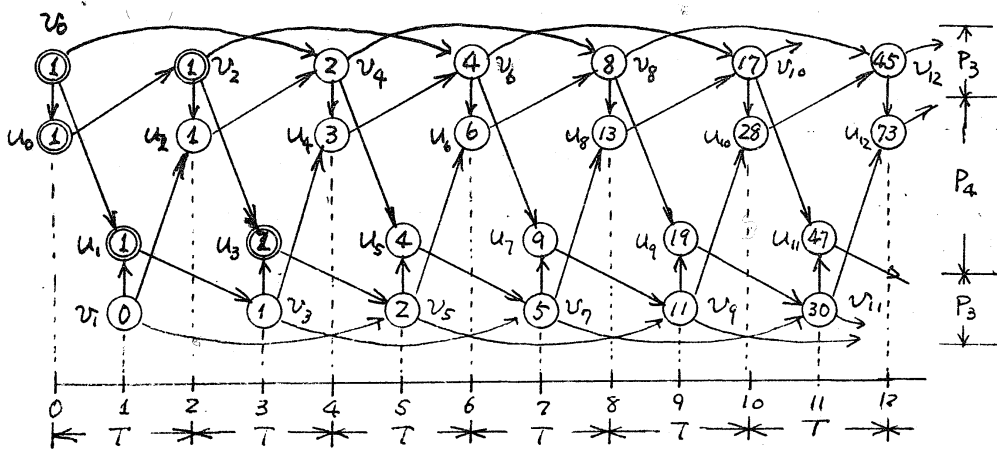
(2) P_2 だけで表わせる符号を最初の符号とし情報 0 に対応させる。

(3) 文字の配列のおきかえは下位から順にあこなわれ、あるけたに新しい文字をおく場合は、それより下位の区間によって得られるすべての配列方法が見出し(以後である。

この法則に従って区間 $6T$ の場合の符号の例を 図 9 に示す 図 9

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 -1 -2	重み関数	重み値	情報
$P_2 + P_2 + P_2 + P_2 + P_2 + P_2$			0
$P_2 + P_2 + P_2 + P_2 + P_4$	u_2	1	1
$P_3 + P_3$	$v_4 + v_1$	2 + 0	2
P_4	u_4	3	3
$P_3 + P_3$	$v_6 + v_1$	4 + 0	4
$P_3 + P_3$	$v_6 + v_3$	4 + 1	5
P_4	u_6	6	6
$P_4 + P_4$	$u_6 + u_2$	6 + 1	7
$P_3 + P_3$	$v_8 + v_1$	8 + 0	8
$P_3 + P_3$	$v_8 + v_3$	8 + 1	9
$P_3 + P_3$	$v_8 + v_5$	8 + 2	10
$P_3 + P_3 + P_4$	$v_8 + v_5 + u_2$	8 + 2 + 1	11
$P_3 + P_4 + P_3$	$v_8 + u_5 + v_1$	8 + 4 + 0	12
P_4	u_8	13	13
$P_4 + P_4$	$u_8 + u_2$	13 + 1	14
$P_4 + P_3 + P_3$	$u_8 + u_4 + v_1$	13 + 2 + 0	15
$P_4 + P_4$	$u_8 + u_4$	13 + 3	16
$P_3 + P_3$	$v_{10} + v_1$	17 + 0	17
S	S	S	
$P_3 + P_4 + P_3$	$v_{10} + u_5 + v_1$	17 + 4 + 0	21
$P_3 + P_3$	$v_{10} + v_7$	17 + 5	22
S	S	S	
$P_3 + P_4 + P_3$	$v_{10} + u_7 + v_3$	17 + 9 + 1	27
P_4	u_{10}	28	28
S			
$P_4 + P_4 + P_4$	$u_{10} + u_6 + u_2$	28 + 6 + 1	35

例 9 $P_2 = T$, $P_3 = 3T/2$, $P_4 = 2T$ の組合せでできる符号の配列順と情報とを記入。



例 10 $P_2 = T$, $P_3 = 3T/2$, $P_4 = 2T$ の組合せでできる符号の重み関数の
70-737.

す。次にタイムスロット番号 k に文字 P_3 があるときの重み係数を v_k , 文字 P_4 をおいた時の重み係数を u_k とすれば次の関係がある。(詳細は文献¹⁾)

$$\begin{cases} u_k = v_k + v_{k-1} \\ v_k = u_{k-2} + v_{k-4} \end{cases}$$

初期値を決定してこの関係をフローグラフに書くと図 10 図 10 となる。

4. 3レベル符号における時間領域の多値化

多レベル符号においても NRZ , NRZ , および $NRZI$ の右型にあてはまる波形が考えられる。図 11 に 3レベルにおける符号 図 11 の波形例を示す。ここで $NRZI$ 型は文字 Q に対してはレベル変化がないが文字 P_1, P_2 に対してはレベルがそれぞれ何位置まで変化する。ただしすでに文字に紐づける該当レベルにある時はレベル 0 に変化させる。 NRZ 型は図から明かに理解されるであろう。さて同一の波形を NRZ の定義に従って解釈した時の情報列を $\{A_n\}$, $NRZI$ の定義に従って解釈した時の情報列を $\{A'_n\}$ とすれば

$$A'_n = \delta(A_n, A_{n-1}) \quad (\text{表 1 の定義による})$$

$$\text{または} \quad A_n = \sum_{i=0}^n A'_i + C_0 \quad (\text{表 2 の定義による加法})$$

となる。 C_0 は初期値である。たとえば図 11 において $P_1 = L$,

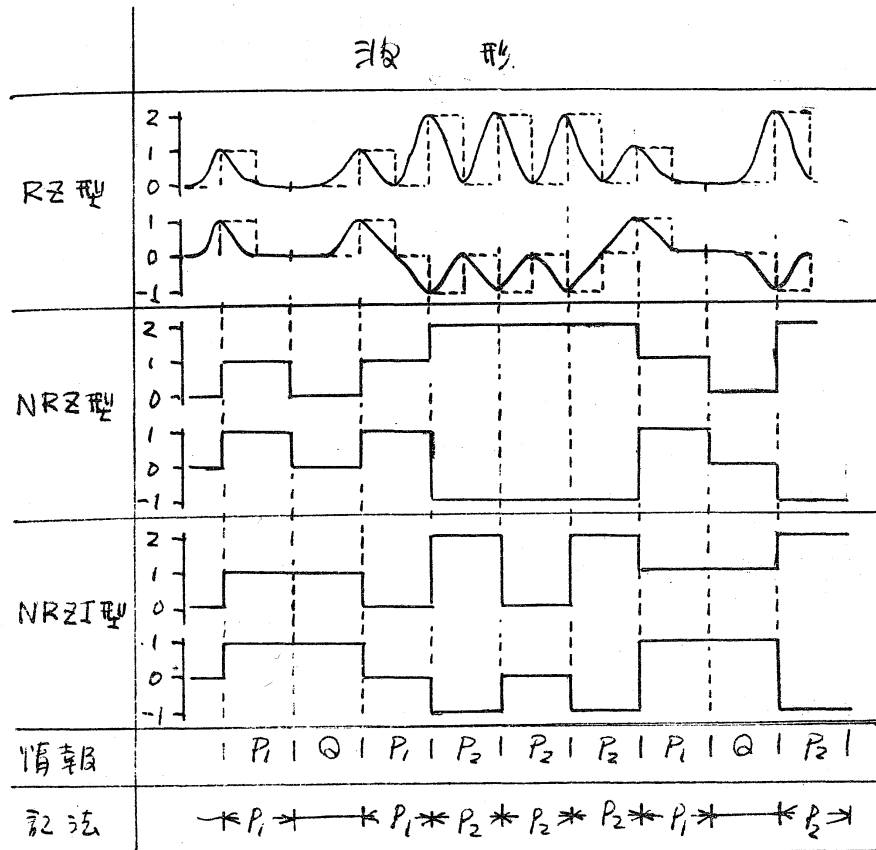


図11 多レベル符号におけるNRZ型とNRZI型の波形例
($P_1=1$, $P_2=2$, $Q=0$)

表1. $\delta(A_n, A_{n-1})$ の定義

A_n	A_{n-1}	$\delta(A_n, A_{n-1})$
0	0	0
0	1	1
0	2	2
1	0	1
1	1	0
1	2	2
2	0	2
2	1	1
2	2	0

表2. () 法における加法の定義

$x+y$	$=z$
0+0	=0
0+1	=1
0+2	=2
1+0	=1
1+1	=0
1+2	=2
2+0	=2
2+1	=1
2+2	=0

$P_2 = 2, Q = 0$ の情報に知える。

4.1. 波形と重み関数.

番号 k のタイムスロットの位に文字 P_1 がある時、これに重み関数 a_k , 文字 P_2 がある時は重み関数 b_k をそれぞれ対応づける。さてこの重み関数は次の法則に従ってすべての番号に順序づけた時に一意に決めることができる。

(1) 文字 Q だけしかない番号を最初の番号とし情報 0 に知える。

(2) 文字の配列のおきかえは下位から順におこなわれ、文字 P_1 が P_2 より先におく。

(3) あるけたに新しい文字をおく場合は、それより下位の区間で得られるすべての配列の手法が完了する後である。

これより、 a_k は $0 \sim k-1$ の区間で得ることのできる番号の総数に一致する。また k の位置に文字 P_2 がある (その上位は文字 Q のみ) ような番号の総数は $a_{k-\nu+1}$ に一致する。従って $0 \sim k$ の区間で得ることのできる番号の総数は k の位置に文字 P_1 あるいは P_2 のある番号の数と $0 \sim k-1$ の区間で得ることのできる番号の総数を加えたものである。すなわち

$$a_{k+1} = a_k + 2 a_{k-\nu+1}$$

を得る。同様の考察により

$$b_k = a_k + a_{k-\nu+1} \text{ となる。}$$

これを整理すると

$$\begin{cases} a_k = b_{k-1} + a_{k-1} \\ b_k = a_k + a_{k+1-\nu} \end{cases}$$

となる。

4.2 重み関数のフローグラフと符号の定義

$\nu = 1$ の時はいわゆる3値等長符号であり () のは

$$\begin{cases} b_k = 2 a_k, \\ a_k = b_{k-1} + a_{k-1} = 3 a_{k-1} \end{cases}$$

となる。当然 a_k, b_k の一般項は

$$a_k = 3^k, \quad b_k = 2 \cdot 3^k \quad \text{となる。}$$

$\nu = 2$ 時、フィボナッチ符号の3レベル符号化と考えられ、

$$\begin{cases} b_k = a_k + a_{k-1} \\ a_k = b_{k-1} + a_{k-2} = a_{k-1} + 2 a_{k-2} \end{cases}$$

となる。この一般項を求めると

$$\begin{cases} a_k = \frac{1}{3} \{ 2^{k+1} + (-1)^k \} \\ b_k = 2^k \end{cases}$$

となる。

一般に a_k, b_k の一般項を求めるにはまず

$$x^\nu = x + z$$

の ν 根の根を d_1, d_2, \dots, d_ν とし

$$a_k = \sum_{i=1}^{\nu} c_i d_i^k$$

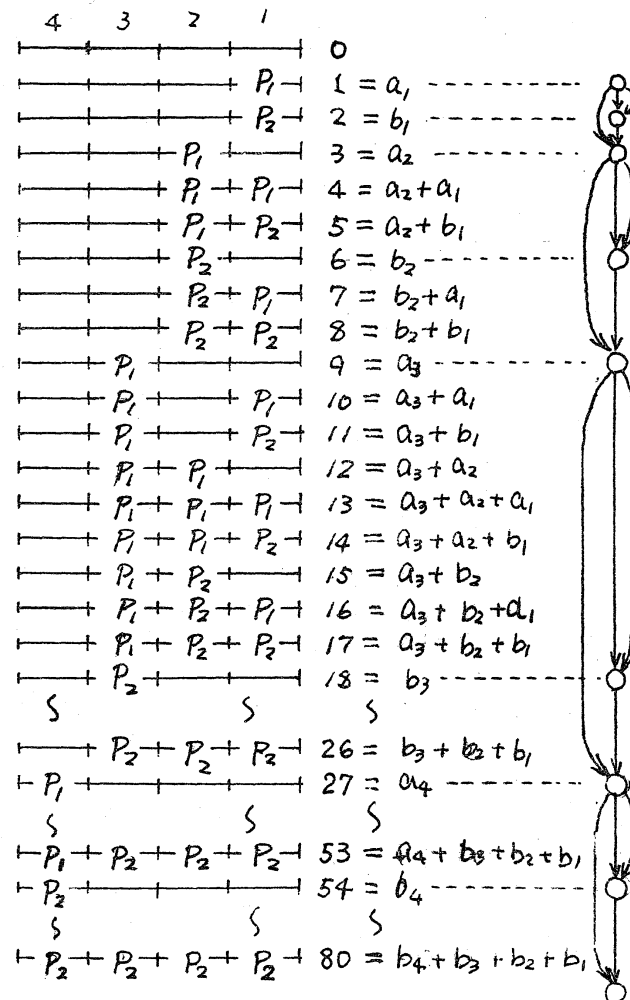


図12. 3レベル符号 (v=1, m=3)

の符号と情報との対応

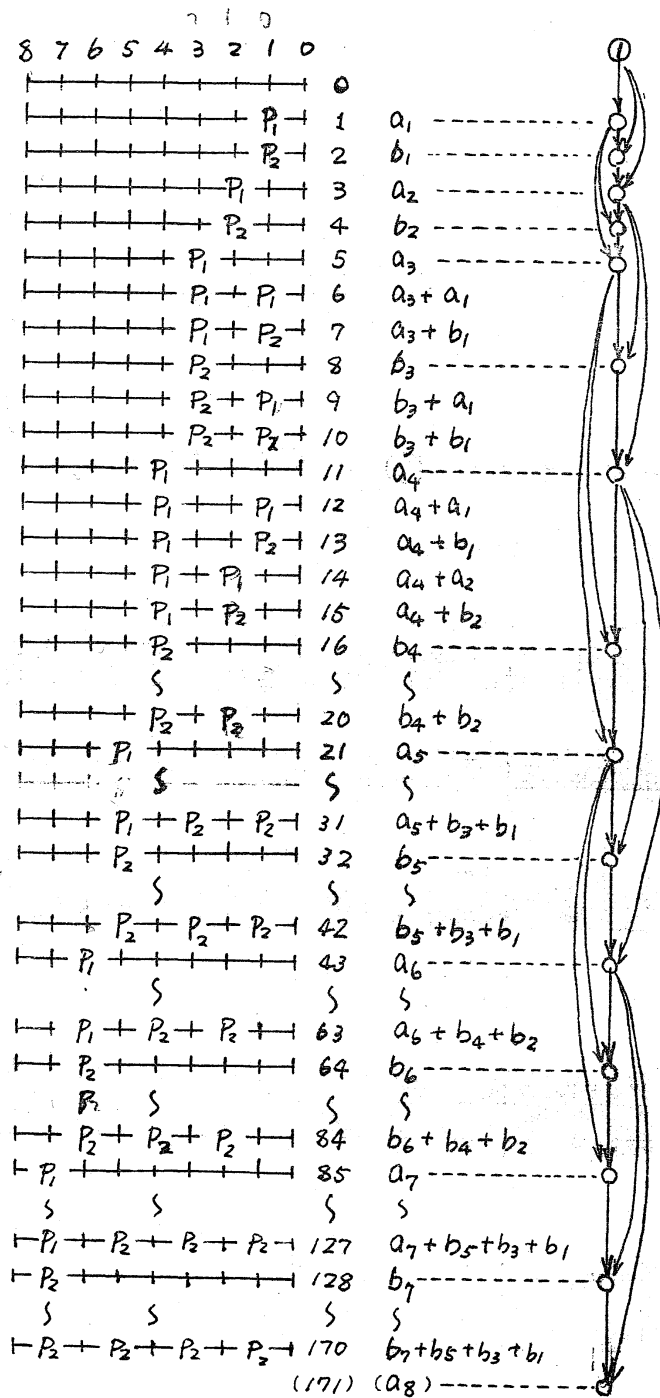


図 13. $\nu=2$, $m=3$ の時の符号と情報とが対応する

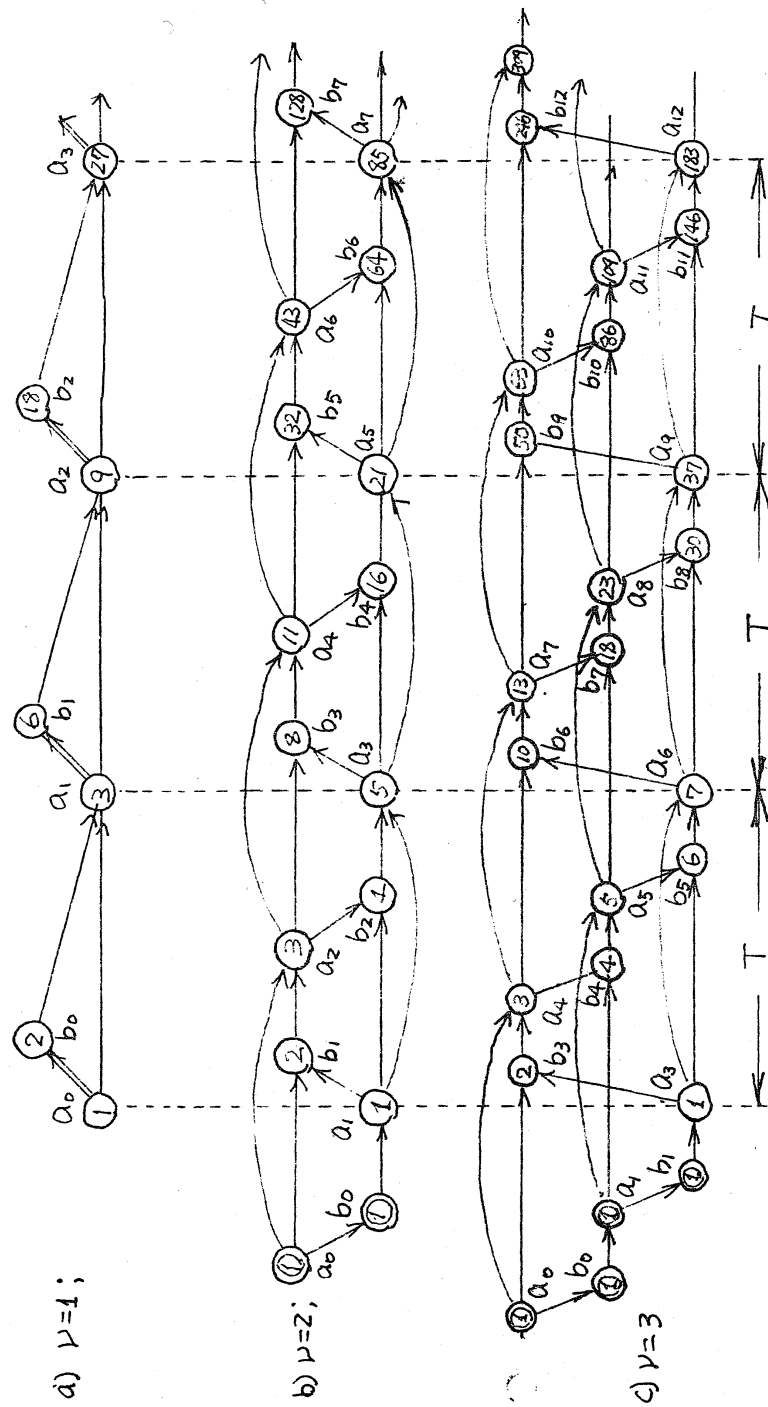


図 14. 3レベル符号における時間領域の基底化符号の70-9"37 ($\nu=2$ の場合)

と与えられる。ここで C_1, C_2, \dots, C_L は初期値

$$a_k = 1 \quad (L > k \geq 0)$$

を満たすようにした定数である。

図 12 に $L=1$ の時の符号と情報との対応を示す。また 図 13 に $L=2$ の時の符号と情報との対応を示す。図 14 は $L=1, L=2, L=3$ の時の重み関数のフローグラフである。

4.3 フローグラフにおける桁上げの意味

図 13 と図 14 とを比較した時に次のことが引き出される。

- (1) 節における入力枝の数は 2 である。
- (2) 節における出力枝の数は ~~2~~ 桁上げレベル数である。

そこで次のように枝の性質を定義付ける。

(定義 1) 節 x_i から出る枝のうち最も短い枝で結ばれる節 x_{i+k} に対する枝を、フローグラフにおける「桁上げの枝」と言う。

(定義 2) 節 x_i の次にある節を必ずしも にうつることを 直接に結ばない) を符号における桁上げと言う。ここで節はすべての符号を情報順に配列 (右時にタイムスロットの位置に配列して発生する重み関数に対応して順番をつけたもの) である。

(定義 3) 節 x_i に入る枝のうち「桁上げの枝」でないものを「桁上げ量の枝」と言う。

当然、桁上げ量の枝の始点 x_{i-1} は桁上げの枝の始点

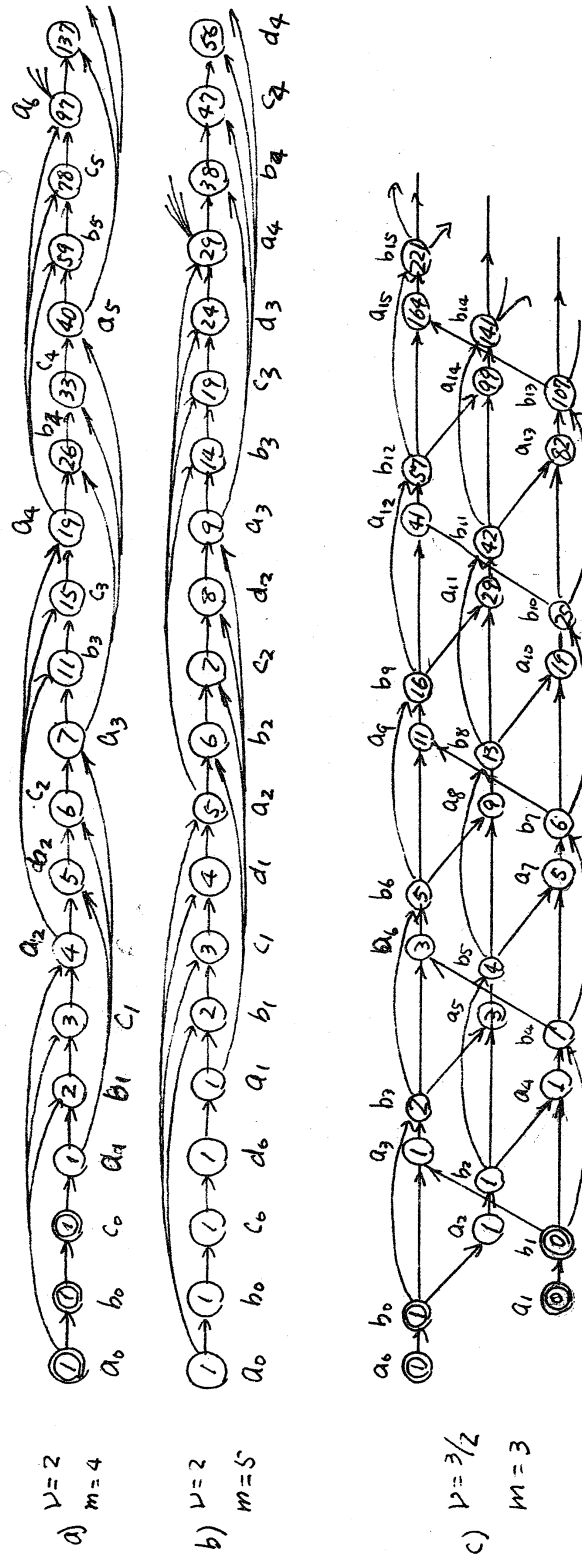


図 16 種々の値 ν に対する m の変化

x_{i-k} より前にある。(前にあるとは節の順列位置が若輩にあることとする), すなわち $i-k \leq i-k$,

第 i 番の節において i は節の枝と、節の量 q の枝とが異なる始末をもつ。

5. 時間領域を多値化した多レベル符号の誘導.

符号を定義することは重み関数のフローグラフを決めることと等価である。2レベル符号から3レベル符号に変化した時、フローグラフは次のように変形したと考えられる。

(1) 節が2つに分離し、分離した節は一本の節の枝で結ぶ。

(2) 入力の枝は分離した節の内、前の節に保存され、出力の枝は分離した節の内、後の節に保存される。

(3) 出力の枝をレベルの数の増加分だけ増加する。

(4) 分離した節の内、後の節の入力に、節の量 q の枝を追加する。

以上の様子を図 15^{(a),(b)} に示す。このことより多レベル符号に 図 15^(c) おけるフローグラフの誘導法則は図 15^(c) に示すように一般化できる。なお図 15^(c) のタイムスロットに位置する節をレベルの順位に節を並べさせ、 $a_i, b_i, c_i, \dots, k_i$ とおくと、この時、分離した節の最後の節は次のタイムスロット位置におかれる。

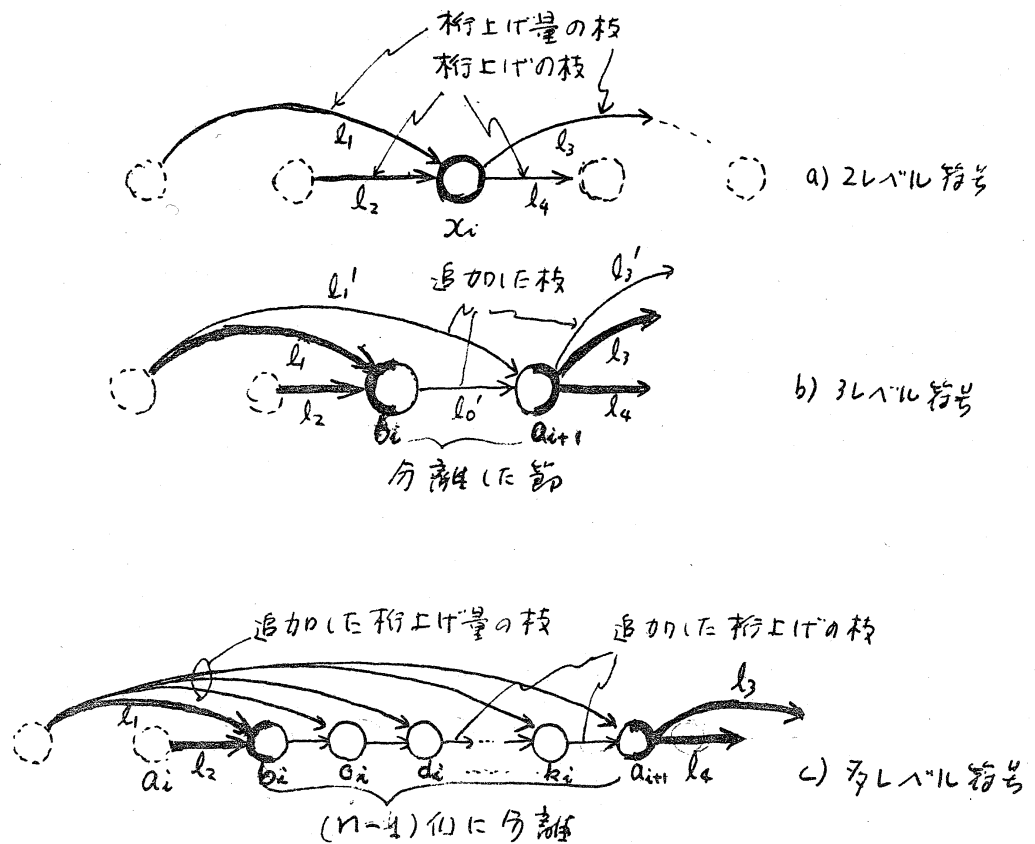
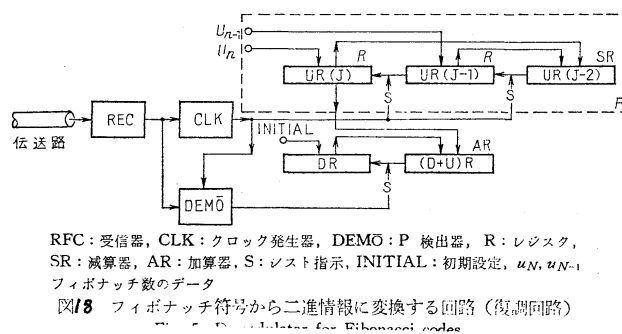
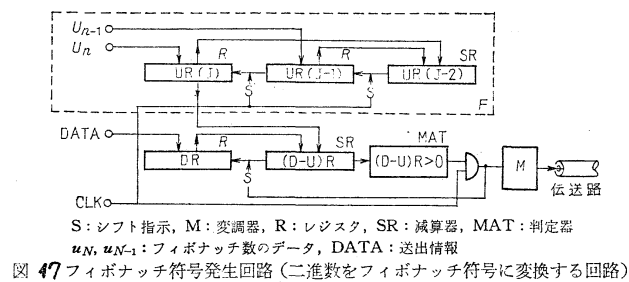


図15. nレベル化におけるフローグラフの変形操作



これより $V=2$ の時の 4レベル符号、および 5レベル符号、また $V=3/2$ の 3レベル符号のフロー・グラフを求めると図 16 となる。

6. 変・復調回路

情報処理装置を構成する回路は2値論理回路が一般的である。したがって、二進数で表現される情報を伝送符号に変換し、また逆に伝送符号から二進情報をとる操作が必要である。ここでは前者を変調、後者を復調という。ここで重み関数のフロー・グラフが重要な役割をする。わかりやすい例として、 $V=2$ の場合フィボナッチ符号を例にとるか、一般の多値符号について同じ考え方による方法がとれる。

図 17 にフィボナッチ符号の変調回路の一例を示す。

$UR(j)$, $UR(j-1)$ はフィボナッチ数を示す情報をおくレジスタで、初期値は u_n , u_{n-1} で示す情報が与えられる。 $UR(j-2)$ は $UR(j)$ と $UR(j-1)$ の内容の差の情報をおく減算器で、これらの値は CLK 端子より与えられる同期パルスによって、その左のレジスタに移される。その機能をシフト指示 S で示す。またレジスタ DR は与える $DATA$ から与えられる伝送すべき情報をおき、 DR と $DR(j)$ との差の値を $(D-U)R$ におく。 MAT は $(D-U)R$ の内容が非零であることを判定する回路で

その出力と刻時パルスとの一致において M に入力を与えると同時に $(D-U)R$ の内容を DR に移す。 $(R-U)R$ の内容が空のときは DR の内容は保存される。すなわち、記録でかこむ回路の機能はフィボナッチ数をフロー・グラフの流れと並向きに発生する。

図 18 はフィボナッチ数の復調回路であり動作は図の機能の並を行なっている。

おすい

伝送符号における波形素子と重み関数の対応づけ、重み関数のフロー・グラフを定めることにより符号の定義が示ることを示した。波形素子が存在する時は時間 T の固有時間帯を、それ以外は T/U ごとに符号時刻をきざむことにより、時間領域における多値化符号を考えた。

文 献

- (1) "時間領域に制限をもつ符号とその再帰指数による表現"
：宮永，信学論 A. 54-A. 4. p201, '71/4
- (2) "磁気記録における変調方式と伝送符号との関係"
：宮永，信学論 A. 53-A. 8. p434 (4B 45-08)
- (3) "通常多値符号の基底帯域伝送"：岩橋，江井，藤崎
小宮，信学論 A. 52-A. 4. p173 ('69/4)